UFPA – ITEC – FCT

SÉRIE DE EXERCÍCIOS DE TEORIA ELETROMAGNÉTICA DATA: 07/11/2012

DISCENTE:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_MAT.:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1 – a) Use coordenadas esféricas para encontrar a área da região sobre a casca esférica de raio *a* (Fig. P1). b) Qual é o resultado quando 

Fig. P1 

SOLUÇÃO Elementos do sistema de coordenadas esféricas:



Elemento de área em coordenadas esféricas para *r* constante .

a) 

b) 

Neste caso temos a área de uma esfera.

2 – Obtenha a expressão para o volume de uma esfera de raio *a*, a partir do *dv* correspondente.

SOLUÇÃO 

3 – Use coordenadas esféricas para escrever as diferenciais de área *dS1* e *dS2* e então integre-as para obter as áreas das regiões 1 e 2 na Fig. P3.

Fig. P3 

SOLUÇÃO Elemento de área e área para superfície 1:



Superfície 2:



4 – Considere que, na Fig. P3, existe uma carga Q na origem do sistema de eixos. Calcule o fluxo elétrico através das superfícies 1 e 2.

SOLUÇÃO A densidade de fluxo elétrico é .

Os elementos de fluxo através da superfície 1 são nulos pois  Logo 

Na superfície 2 a densidade de fluxo é  e . Segue-se que

.

5 – Um vetor vai da origem até o ponto  Um versor dirigido para o ponto B é Se a distancia entre os pontos *A* e *B* é igual a 10 unidades, qual é a posição do ponto *B*?

SOLUÇÃO- 

6 – Se  é um vetor unitário em uma determinada direção, *C* é um escalar constante e  descreva a superfície 

SOLUÇÃO - Observe que  é a projeção do vetor Só podemos ter se a superfície descrita pelo vetor posição for um plano. Também, *C* é a distância do plano à origem dos eixos coordenados. Planos paralelos têm valores de *C* diferentes.

Veja o caso particular da Fig. P6. Todo ponto do plano descrito por

Fig. P6

7 – a) A partir da equação de Laplace em coordenadas cilíndricas, calcule a função potencial no interior de uma linha de transmissão coaxial. O raio do condutor interno é *a* e do condutor externo é *b*. Considere que a diferença de potencial entre os condutores é *V0*. b) Obtenha o vetor intensidade de campo elétrico a partir da função potencial.

SOLUÇÃO Laplaciano para coordenadas cilíndricas em duas dimensões 

a) Para uma linha coaxial cujo eixo coincide com o eixo *z* temos



b) O campo elétrico é dado por . Para o presente caso temos .



8 – a) Calcule o rotacional do campo  obtido no problema 5. b) Qual é a implicação prática desse resultado?

SOLUÇÃO a) Rotacional em coordenadas cilíndricas: .

Para o presente caso temos 

b) Quando o rotacional de um vetor é igual a zero, para quaisquer pontos do espaço, então podemos espressá-lo como o gradiente de uma função escalar. Isto deve-se à identidade vetorial

 onde *u* é uma função escalar. Portanto, o campo elétrico pode ser obtido a partir do potencial por  O sinal negativo é necessário para dar consistencia física.

9 – Dado que  Use o teorema do divergente para mostrar que 

SOLUÇÃO- Do teorema do divergente temos



10 – Dado que



Use o teorema de Stokes para mostrar que



SOLUÇÃO - Do teorema de Stokes temos



Descrição das grandezas envolvidas no problema 10:

